

判別式

[英] *discriminant*

実数を係数とする 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

であるから、解の種類は

(1) 異なる 2 つの実数解, (2) 重解, (3) 異なる 2 つの虚数解の 3 つに分かれる. これらを判別するには、根号の中の式 b^2-4ac の符号を見れば良い. この式 b^2-4ac を 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の判別式といい、記号 D で表す.

$$D = b^2 - 4ac$$

(1) $D > 0 \iff$ 異なる 2 つの実数解をもつ

(2) $D = 0 \iff$ 重解をもつ (実数)

(3) $D < 0 \iff$ 異なる 2 つの虚数解をもつ

(1) (2) より $D \geq 0 \iff$ 実数解をもつ.

$ax^2 + 2b'x + c = 0$ の形の 2 次方程式では、解の判別に D の代わりに

$$\frac{D}{4} = b'^2 - ac$$

を用いても良い.